REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

الجمـــــهـورية التونسيـــة

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

CONCOURS D'ACCES AU CYCLE PREPARATOIRE AU CONCOURS D'AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES (option : Physique).

SESSION 2019

EPREUVE DE PHYSIQUE N° 1
MECANIQUE

Durée : 1H30 Date: Samedi 27 Avril 2019

- *L'usage d'une calculatrice électronique de poche est autorisé.*
- *Tout document et tout autre matériel électronique sont interdits.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit l'épreuve en expliquant les initiatives qu'il est amené à prendre.*

Tournez la page S.V.P

A- Questions préliminaires

I- **1-** Rappeler les lois de Newton ; préciser la notion de référentiel galiléen. Quel est le meilleur référentiel galiléen mis en évidence expérimentalement ?

2- Donner la définition :

a- du référentiel de Copernic

b- du référentiel géocentrique

c- du référentiel terrestre

II- Soit $R\ (Oxyz)$ un référentiel galiléen, A un point fixe de R et M un point matériel de masse *m, en mouvement par rapport à R .*

1- Définir le moment cinétique $\vec{L}_A(M)$ du point matériel M par rapport au point A.
Etablir le théorème du moment cinétique.

2- Définir l'énergie cinétique du point M.
Etablir le théorème de variation de l'énergie cinétique.

3- Dans le cas où le point M est soumis à une force $\vec{f}$ conservative :

a- Montrer qu'il existe une fonction U dite énergie potentielle telle que $\vec{f} = -\overrightarrow{grad}U$.

b- Déterminer les énergies potentielles U_i associées aux champs de forces $\vec{f}_i$ suivants :

- champ de pesanteur $\vec{f}_P = m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$.
- tension d'un pendule élastique $\vec{f}_e = -kx\vec{u}_x$; k étant une constante positive.
- champ Coulombien $\vec{f}_C = \frac{k}{r^2}\vec{u}_r$; k étant une constante, $\vec{u}_r = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|}$ et $r = \|\overrightarrow{OM}\|$.
- champ de type $\vec{f}_a = -a\,\vec{u}_r$; a étant une constante positive.

c- Montrer que l'énergie mécanique (à définir) est une constante du mouvement.

4- Lorsque l'énergie potentielle U du point matériel M dépend de la seule coordonnée d'espace q, soit $U = U(q)$,

a- à quelle(s) condition(s) sur $U(q)$ la position $q = q_0$ est une position d'équilibre ?

b- à quelle(s) condition(s) sur $U(q)$ la position $q = q_0$ est une position d'équilibre stable ? instable ?

B- Application

On considère le mouvement d'un point matériel M de masse m dans le référentiel $R(Oxyz)$, supposé galiléen. Le point M est soumis à l'action de la force $\vec{F}$ qui dérive de l'énergie potentielle $U_p(x,y,z) = a\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ où a est une constante positive.

1- Etablir l'expression de la force $\vec{F}$ à partir de son énergie potentielle. En déduire que $\vec{F}$ est centrale.

2- Montrer que le moment cinétique $\vec{L}_O(M/R)$ de M par rapport au point O (origine du référentiel R) se conserve.

3- En déduire que le mouvement est plan et obéit à la loi des aires.

Dans la suite, on choisit le référentiel R tel que le mouvement de M s'effectue dans le plan z=0 (*le moment cinétique est alors suivant* $\vec{u}_z$), *la position du point M est repérée par ses coordonnées polaires* (ρ, θ).

4- Etablir l'expression de la vitesse de M par rapport à R en fonction de $\rho, \dot{\rho}$ *et* $\dot{\theta}$.

5- Déterminer l'expression du moment cinétique $\vec{L}_O(M/R)$.

6- Etablir l'expression de l'énergie cinétique E_C de M. En déduire l'énergie mécanique de M en fonction de $\rho, \dot{\rho}, m$ et de $L_0 = \|\vec{L}_O(M/R)\|$.

7- Montrer que l'équation de mouvement est donnée par :

$$\ddot{\rho} - \frac{L_0^2}{m^2\rho^3} + \frac{a}{m} = 0$$

8- On considère le cas où M est animé d'un mouvement circulaire de rayon $\rho = \rho_0$. Que devient l'équation du mouvement ? En déduire l'expression de ρ_0.

9- Le point matériel M est soumis à de petites oscillations radiales telles que $\rho = \rho_0 + \varepsilon$, avec $\varepsilon \ll \rho_0$.

- **a-** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par ε, moyennant un développement limité à l'ordre un en ε/ρ_0
- **b-** En déduire la période des petites oscillations du rayon de la trajectoire, en fonction de a, L_0 et m.

*******Fin de l'épreuve*******

REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

الجمـــــهـورية التونسيـــة

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

CONCOURS D'ACCES AU CYCLE PREPARATOIRE AU CONCOURS D'AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES (option : Physique).

SESSION 2019

EPREUVE DE PHYSIQUE N° 2

ELECTROMAGNETISME

Durée : 1H30 Date: Samedi 27 Avril 2019

- *L'usage d'une calculatrice électronique de poche est autorisé.*
- *Tout document et tout autre matériel électronique sont interdits.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit l'épreuve en expliquant les initiatives qu'il est amené à prendre.*

Tournez la page S.V.P

Les Conducteurs

A- Questions préliminaires

1- a- Rappeler les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell Gauss en régime statique.
En déduire les expressions intégrales équivalentes et indiquer le contenu physique de chacune d'entre elles.
b- Rappeler la (les) relation(s) de passage du champ électrique à la traversé d'une interface entre deux milieux.

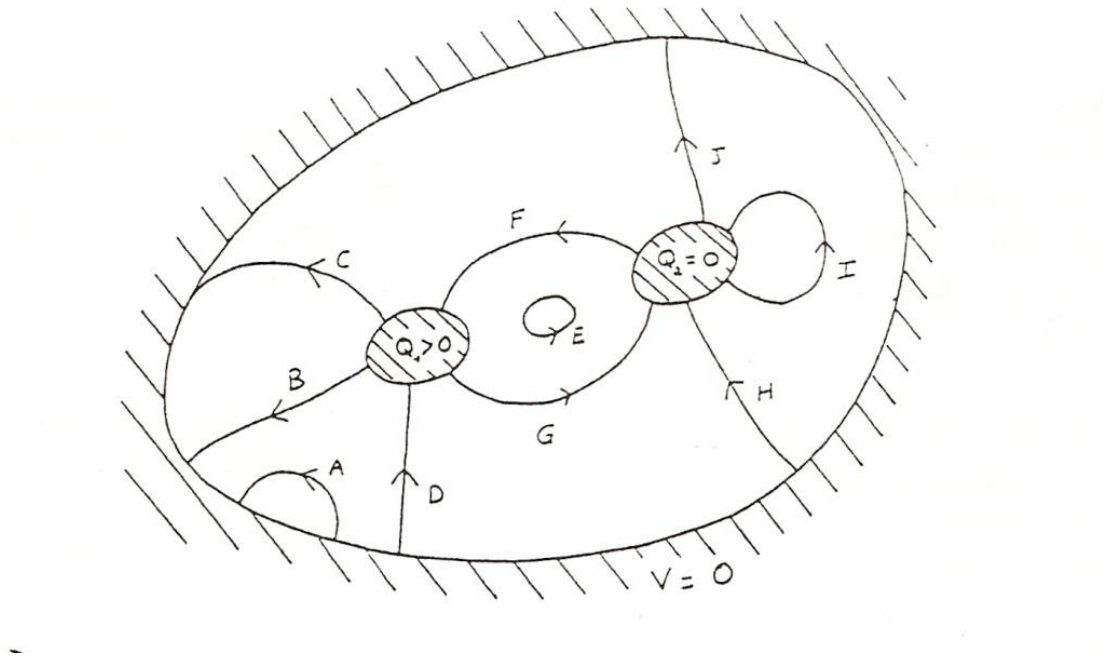
2- Donner la définition d'un conducteur.

3- Justifier les affirmations vraies suivantes :
a- Le champ électrique est orthogonal aux surfaces équipotentielles et dirigé vers les potentiels décroissants.
b- Il n'existe pas d'extrémum de potentiel en dehors des charges.
c- Un conducteur en équilibre électrostatique est un volume équipotentiel.

4- Pour un conducteur en équilibre électrostatique, quelles sont les conséquences de la dernière affirmation sur la densité volumique de charge ? Si le conducteur porte une charge Q, comment doit-elle alors se répartir ?

5- Rappeler et démontrer le théorème de Coulomb.

6- La figure ci-dessous représente trois conducteurs. Le plus grand est creux, porté au potentiel 0, et entoure complètement une zone contenant les deux autres. Le conducteur (1) porte une charge positive, le conducteur (2) porte une charge globalement nulle. Un certain nombre de courbes orientées sont dessinées, certaines d'entre elles peuvent être des lignes de champ orientées par le champ électrique E, les autres ne peuvent pas l'être. Identifier les lignes de champ en justifiant les réponses. En déduire les signes des potentiel V_1 et V_2 de chacun des conducteurs et comparer $|V_1|$ et $|V_2|$.



B- Mécanisme de la conduction dans un conducteur métallique

Un conducteur hors équilibre est un conducteur siège d'un courant électrique ; le champ électrique à l'intérieur de ce conducteur est alors non nul.

I- Un conducteur métallique, renfermant n électrons libres par unité de volume, est soumis à un champ électrique *stationnaire* $\vec{E}$. Le vecteur densité de courant électrique $\vec{J} = nq_e\vec{v}$ (q_e la charge d'un électron et $\vec{v}$ sa vitesse de dérive) est lié au champ électrique par la loi d'Ohm $\vec{J} = \gamma_0\,\vec{E}$, où γ_0 est la conductivité électrique du conducteur.

Les interactions des porteurs de charge avec les imperfections du réseau cristallin sont modélisées par une force de type amortissement visqueux $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$.

1- Exprimer l'équation différentielle au premier ordre liant la vitesse $\vec{v}(t)$ d'un électron au champ électrique $\vec{E}$. Donner la loi $\vec{v}(t)$ et déduire la vitesse $\vec{v}$ en régime permanent (vitesse de dérive).

2- En déduire l'expression de la conductivité γ_0 en régime statique en fonction de n, m, q_e et τ.

3- ***Ordres de grandeurs***.

a- La masse volumique du cuivre est $\rho = 8960\ kgm^{-3}$, sa masse molaire est $M = 63.5\ g\ mol^{-1}$ et sa conductivité électrique est $\gamma_{0_{Cu}} = 5.9\ 10^7 S.m^{-1}$.

Sachant que chaque atome de cuivre met en jeu un électron libre, montrer que la densité des électrons libres, pour le cuivre, est $n = 8{,}5\ 10^{28} m^{-3}$.

b- Déterminer la durée caractéristique τ (durée moyenne entre deux chocs consécutifs de l'électron avec les imperfections du réseau métallique)

c- Un fil de cuivre de section $s = 6\ mm^2$ est parcouru par un courant électrique d'intensité $I = 10\ A$

Calculer la vitesse de dérive de l'électron dans le cuivre et la comparer à sa vitesse quadratique moyenne $v_F \approx 10^6\ m\ s^{-1}$.

II- Le conducteur est soumis, maintenant, à un champ électrique sinusoïdal $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$.

1- Exprimer, en notation complexe, la relation entre la vitesse $\vec{v}$ (t) et le champ $\vec{E}$.

2- Montrer que la conductivité est, dans ce cas, donnée par :

$$\gamma(\omega) = \frac{\gamma_0}{1 + i\omega\tau}$$

Que devient cette expression pour $\omega \ll \frac{1}{\tau}\ et\ \omega \gg \frac{1}{\tau}$.

C- Propagation d'une onde électromagnétique dans un conducteur métallique

Une onde électromagnétique plane monochromatique de champ $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)}\vec{u}_x$ se propage dans le cuivre métallique de conductivité γ.

1- Vérifier que la densité volumique de charge est nulle.

2- Ecrire les équations de Maxwell dans le métal.

3- Déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ électrique $\vec{E}$.

4- En déduire que l'équation de dispersion est donnée par :

$$k^2(\omega) = \frac{1}{c^2}(\omega^2 - i\frac{\omega\,\omega_p^2\,\tau}{1+i\omega\tau})$$

où ω_p est la pulsation plasma des porteurs de charges dans le métal que l'on exprimera en fonction de n, m, q_e et ε_0

Calculer numériquement ω_p et ($\omega_p\tau$) pour le cuivre.

5- Cas où $\omega \ll \frac{1}{\tau}$

a- Déterminer $k(\omega)$; on fera apparaitre une longueur caractéristique δ dite épaisseur de peau que l'on exprimera en fonction de ω, ω_p, c et τ puis en fonction de $\omega, \gamma\ et\ \mu_0$.

b- Calculer δ pour $\omega = 314\ rd.s^{-1}$(fréquence industrielle $f = 50Hz$) et $\omega = 6{,}28\ 10^6\ rd.s^{-1}(f = 1MHz)$. Conclure.

c- Donner l'expression du champ électrique $\vec{E}$. Commenter cette expression.

d- En déduire le champ magnétique $\vec{B}$, le de Poynting $\vec{\Pi}$ et sa valeur moyenne dans le temps $<\vec{\Pi}>_t$.

6- Cas où $\frac{1}{\tau} \ll \omega \ll \omega_p$;

a- Déterminer $k(\omega)$ et donner l'expression du champ électrique $\vec{E}$.

b- Y a-t-il propagation dans ce cas ? Quel nom donne-t-on à ce type d'onde ?

c- Calculer le champ magnétique $\vec{B}$, le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ et sa valeur moyenne dans le temps $<\vec{\Pi}>_t$. Ce résultat état-il attendu ? Justifier la réponse. .

7- Cas où $\omega > \omega_p$.

a- Déterminer $k(\omega)$ et donner sa représentation graphique en fonction de ω. Conclure.

b- Calculer les vitesses de phase v_φ et de groupe v_g de l'onde. Représenter, sur un même graphique les variations de v_φ et v_g en fonction de ω. Conclure.

c- Déterminer le champ électromagnétique $\overrightarrow{(E,B)}$, le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ et sa valeur moyenne dans le temps $<\vec{\Pi}>_t$. Conclure.

d- Expliquer la transparence des métaux dans l'ultra-violet.

Données utiles :

Célérité de la lumière : $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$
Permittivité du vide : $\varepsilon_0 = 8.85\ 10^{-12} F.m^{-1}$
Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\,\pi\ 10^{-7} H.m^{-1}$
Charge élémentaire : $e = 1{,}6\ 10^{-19} C$
Masse de l'électron : $m = 9.1\ 10^{-31} kg$
Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6{,}02\ 10^{23}$

****Fin de l'épreuve****

REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

الجمـــــهـورية التونسيـــة

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

CONCOURS D'ACCES AU CYCLE PREPARATOIRE AU CONCOURS D'AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES (option : Physique).

SESSION 2019

EPREUVE DE PHYSIQUE N° 3

THERMODYNAMIQUE

Durée : 1H30 Date: Samedi 27 Avril 2019

- *L'usage d'une calculatrice électronique de poche est autorisé.*
- *Tout document et tout autre matériel électronique sont interdits.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit l'épreuve en expliquant les initiatives qu'il est amené à prendre.*

Tournez la page S.V.P

I- Changement d'état d'un corps pur

1) Quels sont les états physiques possibles d'un corps pur ? Nommer les différents changements d'état associés.

2) Reproduire le diagramme (P,T) de la **figure 1** en indiquant l'état physique du corps pur dans les zones 1, 2, 3 et au point M.

3) A quoi correspondent les points T_r et C dans le diagramme ?

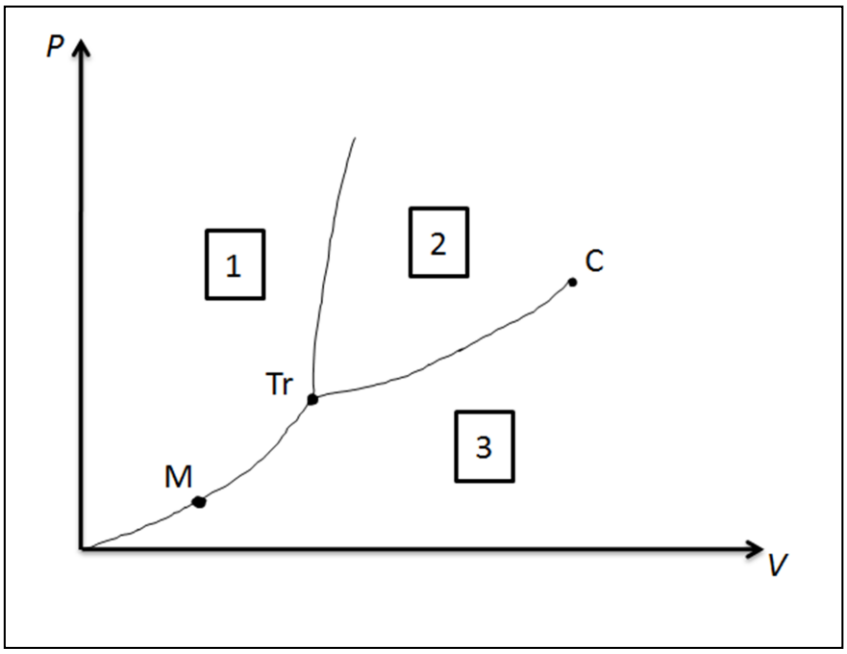


Figure 1

4) Rappeler la règle des phases de Gibbs appelée souvent variance d'un système notée $\mathcal{V}$. Trouver sa valeur dans les zones 1, 2, 3, au point M et au point T_r.

5) On étudie l'équilibre liquide-vapeur de l'hexafluorure de soufre SF_6. On en place $n_0 = 1{,}54\,.\,10^{-3}$mole (de masse $m_0 = 2{,}25\,.\,10^{-4}kg$) dans un cylindre gradué, muni d'un piston de surface Σ, et le tout est mis en contact avec un thermostat à la température $T = 308\ K$. On comprime très lentement le système et on trace la courbe P en fonction de V; voir **figure 2**. On suppose que la vapeur SF_6 est assimilée à un gaz parfait.

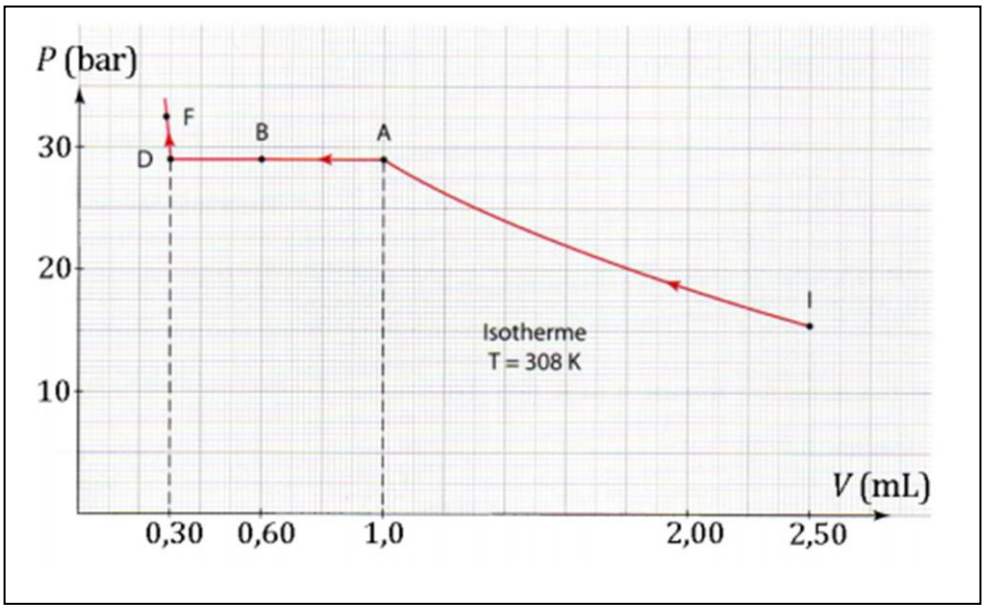
a) Pour chaque état I, A, B , D et F, préciser l'état physique du corps pur.

b) Rappeler la règle des moments. En déduire le titre massique en vapeur en B.

c) Représenter la transformation du corps pur de I à F dans un diagramme de phase (P,T).

d) Calculer la quantité de chaleur reçue par le SF_6 Pour la transformation de I à B.

e) Calculer de même le travail reçu par le SF_6 de I à B. En déduire la variation de l'énergie interne.



ml$$

Figure 2

f) Calculer la variation d'entropie du SF_6 de I à B. Préciser les entropies crées et échangées au cours d'une telle transformation.
On donne, à $308\,K$, la pression de vapeur saturante de SF_6 : $P^* = 28.5\,bar$ et son enthalpie massique de vaporisation : $\Delta h_{vap} = l_v = 67.8\,kJ.kg^{-1}$.

II- Pompe à chaleur : Cycle de Rankine

Le chauffage d'un appartement est assuré à l'aide d'une pompe à chaleur. Celle-ci extrait de la chaleur de l'atmosphère extérieure, constituant une source froide de température T_1, en ne recevant qu'un faible travail et transmet une certaine quantité de chaleur à l'air de l'appartement constituant la source chaude de température T_2. Le fluide utilisé est du fréon qui subit un cycle de transformations au cours duquel il est successivement détendu dans un détendeur D, évaporé dans un vaporisateur V, comprimé dans un compresseur C, refroidi puis liquéfié dans un liquéfacteur L (voir **figure *3***).

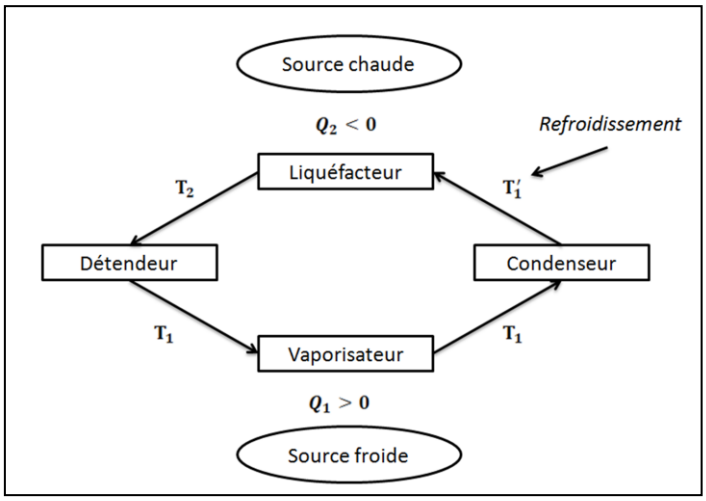


Figure 3

1) Expliquer pourquoi le liquéfacteur et le vaporisateur doivent être respectivement reliés à l'air de l'appartement et à l'atmosphère extérieure.

2) On suppose que le cycle est parfaitement réversible. On note W le travail reçu par le fréon pendant une heure, Q_1 et Q_2 les chaleurs reçues respectivement par la source froide et par la source chaude, pendant la même durée. On donne $T_1 = 273\ K$, $T_2 = 305\ K$; le moteur électrique actionnant le compresseur fournit alors $400\ W$.

a) Calculer l'efficacité η de cette pompe. En déduire la quantité de chaleur fournie à l'appartement pendant une heure.

b) Quelle serait la quantité de chaleur fournie à l'appartement si la même puissance électrique était dépensée par effet joule dans un radiateur ? Commenter ce résultat.

3) En fait le cycle n'est pas réversible. Une bonne représentation du fonctionnement de la pompe à chaleur est donnée par le ***cycle de Rankine*** comportant les cinq transformations suivantes :

- (D) $\{A \rightarrow B\}$: détente adiabatique irréversible à enthalpie constante.
- (V) $\{B \rightarrow C\}$: vaporisation réversible isotherme et isobare.
- (C) $\{C \rightarrow D\}$: compression adiabatique réversible.
- (L_1) $\{D \rightarrow E\}$: refroidissement isobare réversible jusqu'à obtention de la vapeur saturante.
- (L_2) $\{E \rightarrow A\}$: liquéfaction réversible isotherme et isobare.

Trois courbes isothermes interviennent dans le cycle : celle à la température T_1 (température du vaporisateur), celle à T_2 (température du liquéfacteur) et celle à T_1', température atteinte à la fin de la vaporisation.

a) Représenter le cycle dans le diagramme de ***Clapeyron***.

b) Représenter le cycle dans un diagramme (T, S).

c) Rappeler l'expression de la différentielle de l'enthalpie dH en fonction de ses variables naturelles. En déduire $\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P$ et représenter le cycle dans le diagramme de ***Mollier*** (H, S).

d) Montrer que le calcul de l'efficacité η de la pompe nécessite la connaissance des enthalpies H_A , H_C et H_D .

****Fin de l'épreuve****

REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

الجمـــــهـورية التونسيـــة

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

CONCOURS D'ACCES AU CYCLE PREPARATOIRE AU CONCOURS D'AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES (option : Physique).

SESSION 2019

EPREUVE DE PHYSIQUE N° 4

OPTIQUE

Durée : 1H30 Date: Samedi 27 Avril 2019

- *L'usage d'une calculatrice électronique de poche est autorisé.*
- *Tout document et tout autre matériel électronique sont interdits.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit l'épreuve en expliquant les initiatives qu'il est amené à prendre.*

Tournez la page S.V.P

A. Optique géométrique

I. Questions de cours

1- Enoncer le principe de Fermat.

Pour les questions ci-dessous, faire les figures nécessaires pour illustrer les réponses.

2- Donner les lois de Descartes pour la réflexion et pour la réfraction. Dans quel(s) cas peut-on mettre en évidence l'existence d'un angle limite ?

3- Qu'est-ce qu'un système optique rigoureusement stigmatique ? Donner un exemple.

4-a- Rappeler l'approximation de Gauss pour les systèmes optiques centrés.

4-b- Dans le cadre de cette approximation, donner, pour un dioptre sphérique de rayon R, la relation de conjugaison ainsi que celle du grandissement linéaire γ, avec origine au centre.

En déduire la position des foyers principaux objet F et image F' de ce dioptre.

II. Optique géométrique appliquée à un prisme

On considère un prisme en verre d'indice n réel et d'angle au sommet A. Ce prisme, placé dans l'air, est éclairé par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ. On considère un rayon incident au point I et on supposera satisfaites les conditions de son émergence du prisme en I' (voir figure 1 ; le plan d'incidence est confondu avec le plan de la figure).

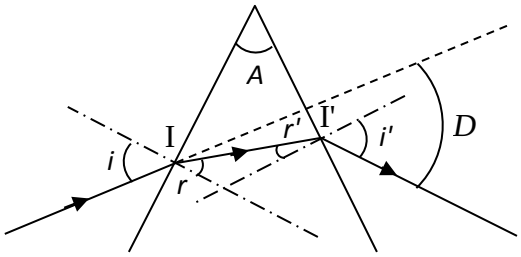


Figure 1

1- a- Exprimer les lois de Descartes traduisant les réfractions du rayon lumineux incident à l'entrée en I et à la sortie en I'.

1- b- Exprimer l'angle au sommet A en fonction de r et r'.

1- c- Déterminer l'angle de déviation D en fonction de A, i et i'.

2- Donner une condition nécessaire d'émergence du rayon incident.

3- En lumière monochromatique, lorsqu'on fait varier l'angle d'incidence i, on met en évidence l'existence d'un minimum de déviation, noté D_m. Le tracé du rayon lumineux émergent du prisme est alors symétrique par rapport au plan bissecteur de l'angle A du prisme. Une fois la condition de la déviation minimale est réalisée, montrer que : $n = sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)/sin\left(\frac{A}{2}\right)$.

4- Décrire une expérience permettant de déterminer les angles A et D_m. Préciser les différents éléments constituant le dispositif expérimental.

5- Déterminer l'expression de l'incertitude relative $\frac{\Delta n}{n}$ associée à l'indice n du prisme en fonction des angles A, D_m et des incertitudes absolues ΔA et ΔD_m.

Pour la radiation de longueur d'onde λ_0 = 589,3 nm, on obtient D_m = 48°52'. Déterminer la valeur de l'indice n du prisme. Calculer Δn et encadrer le résultat trouvé précédemment.

On donne : A = 60°, ΔA = 0 et ΔD_m = 4'.

B. Optique ondulatoire

I. Questions de cours

1- Quelles propriétés doivent vérifier deux ondes lumineuses pour produire des interférences?

2- Décrire un dispositif interférentiel :
- à division de front d'onde.
- à division d'amplitude.

Faire un schéma dans chaque cas.

II. Filtre interférentiel

Un filtre interférentiel est une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e, d'indice n et dont les deux faces sont traitées de telle sorte qu'elles réfléchissent la lumière avec un très grand coefficient de réflexion en amplitude (de l'ordre de 99%) à l'interface 'verre traité'-air. On place la lame dans l'air d'indice n_0 = 1 et on l'éclaire avec une lumière monochromatique de longueur d'onde λ.

Pour un rayon lumineux arrivant sous l'incidence i, cette lame donne, par transmission, une infinité de rayons émergents (voir figure 2) ; i' étant l'angle de réfraction. et on supposera que n_0 et n ne dépendent pas de la longueur d'onde .

On notera les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude du champ électrique par : $r = r_{\text{'verre traité'-air}}$, $t_1 = t_{\text{air-'verre traité'}}$ et $t_2 = t_{\text{'verre traité'-air}}$, et on notera R le coefficient de réflexion en puissance à l'interface 'verre traité'-air, soit $R = r^2$; et on supposera que n_0 et n ne dépendent pas de la longueur d'onde.

1- Soient a_0 l'amplitude de l'onde incidente et a_1, a_2, …, a_N, …les amplitudes respectives du 1er, 2ème, …, $N^{ième}$, …rayon transmis. Déterminer les rapports $\frac{a_1}{a_0}$ et $\frac{a_2}{a_0}$, puis déduire le rapport $\frac{a_N}{a_0}$ en fonction de r, t_1, t_2 et (N - 1).

2- Montrer que le déphasage φ entre deux ondes transmises successives est $\varphi = \frac{4\pi ne}{\lambda} cos\ i'$.

3- Montrer que la vibration lumineuse associée au N^{ième} rayon transmis, au point M situé à l'infini s'écrit : $\underline{s_N}(M,t) = \underline{s_1}(M,t)R^{N-1}e^{-i(N-1)\varphi}$

4- L'intensité lumineuse associée à la superposition des ondes transmises par le filtre est de la forme:

$$I(M) = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-\mathrm{R})^2}\ sin^2(\frac{\varphi}{2})}$$

4-a- Représenter les variations de $I(M)$ en fonction de φ.

4-b- On définit la largeur à mi-hauteur, $\Delta\varphi$, d'un pic d'interférences, par l'intervalle à l'intérieur duquel l'intensité transmise $I(M)$ est supérieure ou égale à la moitié de sa valeur maximale.

Sachant que $\Delta\varphi$ est faible, déterminer son expression.

4-c- En déduire que le pouvoir de résolution du filtre s'écrit : $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}\,p$, où p est un entier.

5- Le filtre est éclairé en incidence normale par un faisceau parallèle en lumière blanche. L'épaisseur e est choisie de sorte que le filtre transmet un maximum d'intensité (par interférences constructives), pour la longueur d'onde λ_0 = 546 nm correspondant à la raie verte du mercure et qu'il élimine (par interférences destructives) tout le reste du spectre du visible.

5-a- Montrer que les valeurs de l'épaisseur e de la lame de verre, donnant le maximum de transmission pour λ_0 sont : $e = p\,\frac{\lambda_0}{2n}$, avec $p \in \mathbb{N}^*$. Quelles valeurs de l'épaisseur e doit-on choisir afin qu'il n'y ait qu'une bande passante autour de λ_0 dans le visible (longueurs d'ondes comprises entre 400 nm et 800 nm) ?

5-b- Quelle est l'influence de l'épaisseur e sur les performances du filtre ?

5-c- Déterminer la bande passante $\Delta\lambda$ du filtre pour e = 0,36 µm. On prendra R = 0,9.

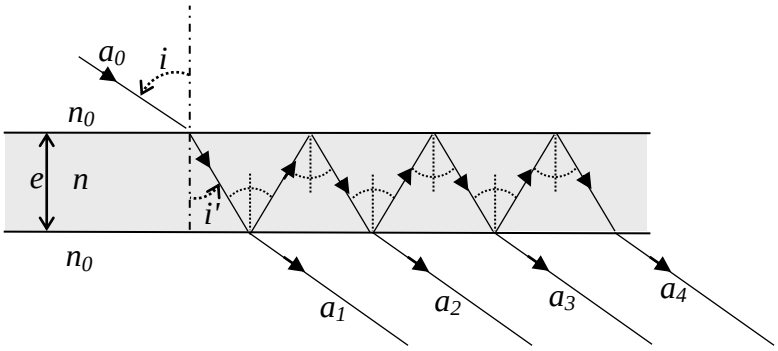


Figure 2

****Fin de l'épreuve****