REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

الجمـــــهـورية التونسيـــة
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

CONCOURS D'ACCES AU CYCLE PREPARATOIRE AU CONCOURS D'AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES (option : Physique).

SESSION 2018

EPREUVE DE PHYSIQUE N° 4

ELECTROMAGNETISME

Durée : 1H30

Date: Samedi 5 Mai 2018

- *L'usage d'une calculatrice électronique de poche est autorisé.*
- *Tout document et tout autre matériel électronique sont interdits.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit l'épreuve en expliquant les initiatives qu'il est amené à prendre.*

Tournez la page S.V.P

Les parties A et B sont Indépendantes.

Un plasma est un milieu renfermant des cations (de mase M et de charge e) et des électrons (de masse m et de charge –e) mais qui reste globalement neutre, ce qui suppose que cations et électrons ont la même densité N.

A- ETUDE PRELIMINAIRE

I- Ecart à l'électro neutralité : Longueur de Debye.

On considère un cation C+ particulier placé en O pris comme origine d'espace. Du fait de l'attraction coulombienne, au voisinage de ce cation, on observe un surplus de charges négatives, responsable d'un écart local à la neutralité globale du plasma. Soit V(r) le potentiel qui règne en un point M situé à la distance r de O, les densités volumiques des ions et des électrons s'écrivent
pour les cations :

$$N_{+}(r) = N\exp(-\frac{eV(r)}{k_B T})$$

et pour les électrons :

$$N_{-}(r) = N\exp(\frac{eV(r)}{k_B T})$$

où k_B est la constante de Boltzmann.

1- Donner la densité totale ρ de charges électriques.

2- Rappeler l'équation « de Poisson » satisfaite par le potentiel $V(r)$.

3- On suppose que $eV(r) \ll k_B T$.

- **a-** Simplifier l'équation précédente.
- **b-** Résoudre l'équation simplifiée en introduisant la fonction $u(r) = rV(r)$; on fera apparaitre deux constantes A_1 et A_2.
- **c-** On admet que $V(\infty) = 0$ et qu'au voisinage immédiat de l'ion C+, l'influence de sa charge, supposée ponctuelle, l'emporte sur celle des charges électroniques ($V(r \to 0) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r}$).

  Déterminer A_1 et A_2.

Donner l'expression de $V(r)$ en fonction de e, ε_0, r et d'une longueur caractéristique λ_D (appelée longueur de Debye) que l'on explicitera en fonction de e, ε_0, k_B, T et N. Conclure.

4- A.N : Pour un plasma d'argon $N = 3\ 10^{21} m^{-3}$, calculer la longueur de Debye pour $T = 10^3 K$ et $T = 10^4 K$. Conclure.

II- Comportement collectif d'un plasma. Oscillation plasma.

L'existence de forces électromagnétiques de longue portée permet à une particule donnée, du plasma, d'interagir avec plusieurs particules environnantes, ce qui donne un caractère collectif à ces interactions. On suppose que le plasma occupe un volume parallélépipédique rectangle de dimension a, b, et c respectivement suivant Ox, Oy et Oz. On note $S = b.c$ la surface perpendiculaire à Ox.

On suppose que a, b et c sont très grandes devant la longueur de Debye λ_D (pour que l'on puisse adopter l'hypothèse d'électro neutralité du plasma).

Le gaz d'électrons est assujetti à se déplacer en bloc de $\delta(t) \ll a$, suivant Ox, relativement aux ions supposés fixes (figure1). La densité de charges qui résulte de ce mouvement est représentée sur la figure 2.

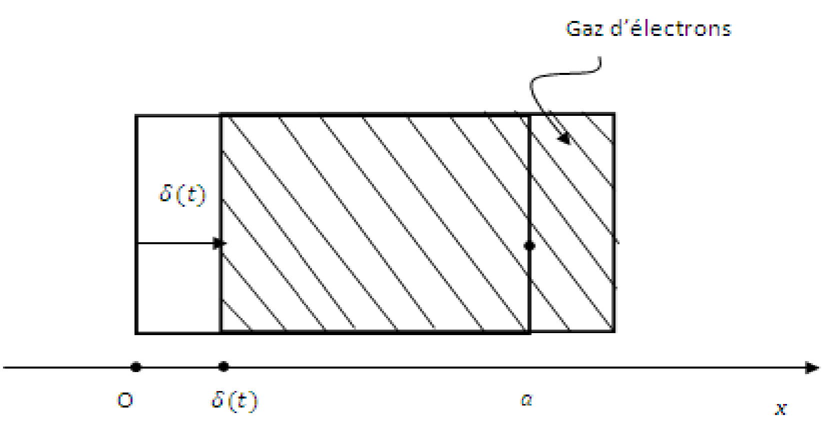

Figure 1

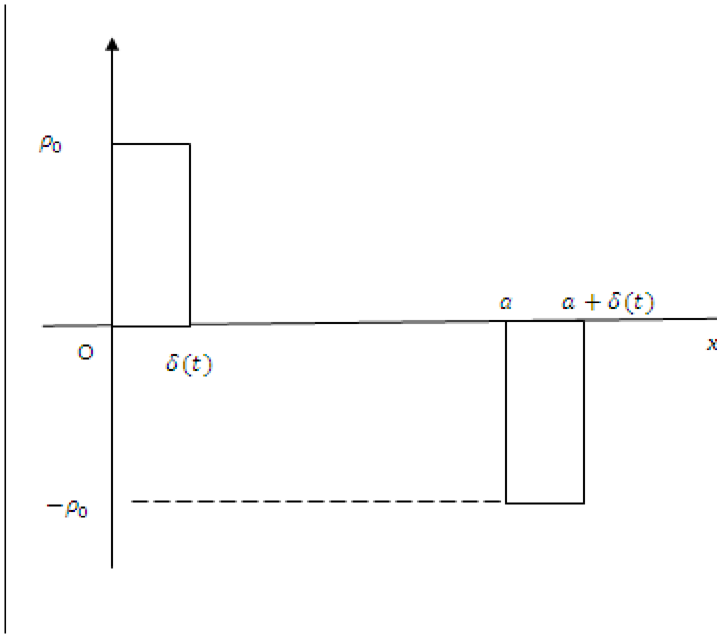

Figure 2

1- Exprimer ρ_0(voir figure 2) en fonction de N et e.

2- **a-** Expliquer pourquoi le champ est nul pour $x < 0$ et $x > a + \delta$.

b- En utilisant l'équation de Maxwell-Gauss, exprimer le champ électrique $\vec{E} = E(x)\vec{u}_x$ en fonction de x.

3- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à un électron se trouvant entre δ et a, montrer que ce dernier effectue des oscillations de pulsation $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}}$, dite pulsation plasma.

B- ONDE ELECTROMAGNETIQUE A L'INTERFACE AIR-PLASMA

Le plasma occupe maintenant le demi-espace $z > 0$. Il est supposé froid et dilué pour que l'on puisse le considérer comme globalement neutre, et négliger les interactions entre particules. On néglige aussi les forces de pesanteur.

On considère une onde électromagnétique incidente $(\vec{E}_i, \vec{B}_i)$, monochromatique, plane et se propageant suivant les z croissants dans le demi-espace $z < 0$ occupé par l'air assimilé au vide. Son champ électrique est donné en notation complexe par :

$$\vec{E}_i(z,t) = E_0 e^{-i(\omega t - kz)}\vec{u}_x$$

Au niveau de l'interface ($z = 0$), cette onde est à l'origine d'un champ réfléchi :

$$\vec{E}_r(z,t) = E_{0r} e^{-i(\omega t + kz)}\vec{u}_x \ ,$$

et d'un champ transmis dans le plasma :

$$\vec{E}_t(z,t) = E_{0t} e^{-i(\omega t - k_t z)}\vec{u}_x$$

I- Etude du champ électromagnétique dans le plasma

1- On s'intéresse au mouvement des charges sous l'effet du champ électromagnétique $(\vec{E}_t, \vec{B}_t)$.

a- Justifier que, dans l'hypothèse de particules non relativistes, on peut négliger l'effet de la force magnétique devant celui de la force électrique.

Soient $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i(\omega t - k_t z)}$, et $\vec{V} = \vec{V}_0 e^{-i(\omega t - k_t z)}$ les vitesses respectivement des électrons et des cations en régime sinusoïdal forcé.

b- Exprimer $\vec{v}$ et $\vec{V}$ en fonction du champ $\vec{E}_t$.

c- En déduire l'expression de la densité de courant $\vec{j}$ (on rappelle que les électrons et les ions ont la même densité particulaire N).

d- Sachant que les ions sont très lourds par rapport aux électrons, simplifier l'écriture de la densité de courant $\vec{j}$. L'exprimer en fonction de $\varepsilon_0, \omega, \omega_p$ et $\vec{E}_t$.

2- En utilisant l'équation de Maxwell-Gauss, l'équation de conservation de la charge et le résultat précédent montrer que la densité volumique de charge est nulle pour $\omega \neq \omega_p$.

3- a- Ecrire les équations de Maxwell pour le plasma.

b- En déduire l'équation de dispersion donnant k_t en fonction de ω, ω_p et c.

c- Pour quelles valeurs de ω a-t-on propagation.

Dans la suite, on se place dans ces conditions de propagation.

d- donner les expressions des vitesses de phase v_φ et de groupe v_g. Les représenter en fonction de ω sur le même graphique.

e- On définit l'indice n du plasma par la relation $k_t^2 = n^2 \frac{\omega^2}{c^2}$.

Exprimer n en fonction de ω et ω_p.

II- Réflexion-transmission d'une onde à la surface d'un plasma

On définit les coefficients de Fresnel r et t par ;

$$E_{0r} = r.E_0 \; et \; E_{0t} = t.E_0$$

1- Réécrire les expressions des champs incident, réfléchi et transmis (on fera apparaitre les coefficients de Fresnel).

2- En déduire les expressions des champs magnétiques $\vec{B}_i, \vec{B}_r$ et $\vec{B}_t$ en fonction de $E_0, \omega, \omega_p, c, k$ et k_t.

3- Sachant que l'on a continuité du champ électromagnétique à l'interface air-plasma (*z=0*), déterminer les coefficients r et t.

4- Calculer les valeurs moyennes des vecteurs de Poynting $< \vec{\pi}_i >, < \vec{\pi}_r >$ et $< \vec{\pi}_t >$ associés respectivement aux ondes incidente, réfléchie et transmise.

5- En déduire les facteurs de réflexion R et de transmission T en énergie définis par:

$$R = \frac{-< \vec{\pi}_r(z=0,t) >.\vec{u}_z}{< \vec{\pi}_i(z=0,t) >.\vec{u}_z} \text{ et } T = \frac{< \vec{\pi}_t(z=0,t) >.\vec{u}_z}{< \vec{\pi}_i(z=0,t) >.\vec{u}_z}$$

Exprimer R et T en fonction de ω et ωp.

Montrer que $R + T$=1

6- Montrer que lorsque $\omega \gg \omega_p$ on a $T = 1 - A.\lambda^4$; on explicitera A en fonction de ω_p et de la célérité de la lumière c. Quelle est la limite de T lorsque $\omega \to \omega_p$.

7- On se place dans le cas $\omega < \omega p$ (domaine réactif). Quelle sont les valeurs des facteurs de réflexion R et de transmission T dans ce cas.

Données utiles :

Célérité de la lumière : $c = 3\ 10^8\ m.s^{-1}$
Permittivité du vide : $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12} F.m^{-1}$
Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\,\pi\ 10^{-7} H.m^{-1}$
Charge élémentaire : $e = 1{,}6\ 10^{-19} C$
Masse de l'électron : $m = 9{,}1\ 10^{-31} kg$
Constante de Boltzmann $k_B = 1{,}38\ 10^{-23} J.K^{-1}$

- Pour un potentiel radial $V(r)$, le Laplacien en coordonnées sphériques s'écrit :

$$\Delta V(r) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\left(\frac{\partial V(r)}{\partial r}\right)\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rV(r))$$

- Pour $|x| \ll 1$ $\quad * \; sh(x) \sim x,$
$* \; \sqrt{1+x} \sim 1 - \frac{x}{2}$

******Fin de l'épreuve******

REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

الجمـــــهـورية التونسيــــة
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

CONCOURS D'ACCES AU CYCLE PREPARATOIRE AU CONCOURS D'AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES (option : Physique).

SESSION 2018

EPREUVE DE PHYSIQUE N° 3

MECANIQUE

Durée : 1H30 | Date: Samedi 5 Mai 2018

- *L'usage d'une calculatrice électronique de poche est autorisé.*
- *Tout document et tout autre matériel électronique sont interdits.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit l'épreuve en expliquant les initiatives qu'il est amené à prendre.*

Tournez la page S.V.P

On se place dans le référentiel galiléen $\mathfrak{R}$ de repère (*Oxyz*) orthonormé, direct, de vecteurs unitaires de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le dispositif, représenté sur la figure 1, constitué d'un ressort, d'un demi-cercle *C* et d'une perle *P*. Le ressort est parfait (c'est-à-dire sans masse) et développe selon sa propre direction une force proportionnelle à son élongation avec un coefficient de proportionnalité *K*. On désigne par L_o la longueur à vide du ressort. Le demi-cercle *C* (fixe dans $\mathfrak{R}$), de rayon *a*, de centre *O*, est contenu dans le demi-plan *xOy*, *x* > 0, supposé vertical (*Ox* étant la verticale descendante).

Le système est placé dans le champ de pesanteur d'accélération $\vec{g} = g\,\vec{i}$; g = constante.

La perle *P* est un objet quasi-ponctuel de masse *M* astreint à se déplacer sans frottement sur *C*.

Le ressort a une extrémité liée à *P* et l'autre à un point Ω de coordonnées *x* = - *a*, *y* = 0, *z* = 0.

La position de *P* est repérée dans $\mathfrak{R}$ par l'angle $\theta = (\vec{i}, \widehat{\vec{OP}})$, $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. On notera $\vec{u}_\rho$ le vecteur unitaire porté par $\vec{OP}$ et $\vec{u}_\theta$ le vecteur unitaire déduit de $\vec{u}_\rho$ par la rotation de + $\pi/2$ autour de $\vec{k}$.

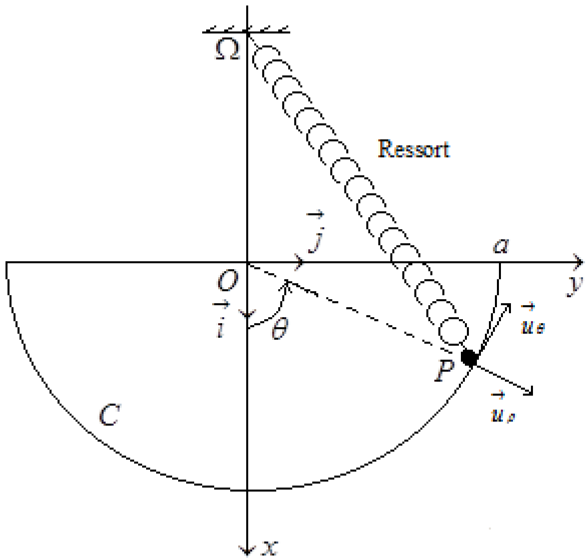

Figure 1

Les expressions vectorielles demandées dans les questions 1, 3, 4 et 5 seront exprimées dans la base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$.

1. a. Donner les composantes du vecteur $\vec{P\Omega}$ en fonction de *a* et *θ*.

b. En déduire l'expression de son module *P*Ω. On rappelle que : $1 + \cos\theta = 2\cos^2(\theta/2)$.

2. Donner les composantes de la tension $\vec{T}$ du ressort en fonction de *a*, *K*, L_o et *θ*.

On rappelle que $\sin\theta = 2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$.

3. Soit $\vec{F}$ la résultante des forces extérieures appliquées à la masse *M*. On note *N* le module de la réaction $\vec{N}$ de *C* sur *P*. Donner l'expression des composantes de $\vec{F}$ en fonction de *a, g, K,* L_o*, M, N* et θ.

4. Montrer que l'expression de l'énergie potentielle $E_P(\theta)$ dont dérive la force $\vec{F}$ est :

$E_p(\theta) = (Ka^2 - Mga)\cos\theta - 2KaL_0\cos(\theta/2) + C$, *C* étant une constante d'intégration.

5. Déterminer les positions d'équilibre $\theta = \theta_e$ du système.

6. On pose $L_c = 2(a - \frac{Mg}{K})$ Discuter, suivant le rapport $\frac{L_o}{L_c}$, le nombre de positions d'équilibre.

7. Etudier la stabilité des positions d'équilibre obtenues dans le cas où $L_0 < L_c$.

8. La figure 2 donne la variation de l'énergie potentielle E_P en fonction de θ pour les valeurs de $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, *M* = 2 Kg, L_o = 25 cm, *a* = 20 cm et g = 9.81 N/Kg.

En déduire :

a. Les positions d'équilibre dont on précisera la stabilité.

b. La constante K.

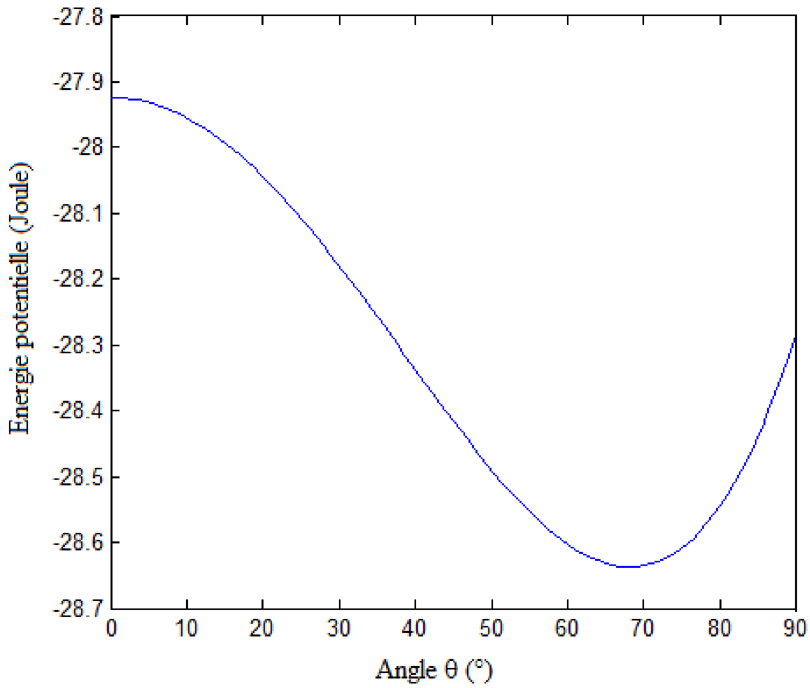

Figure 2

****Fin de l'épreuve****

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

CONCOURS D’ACCES AU CYCLE PREPARATOIRE AU CONCOURS D’AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES (option : Physique).

SESSION 2018

EPREUVE DE PHYSIQUE N° 1

OPTIQUE

Durée : 1H30 Date: Samedi 5 Mai 2018

- *L’usage d’une calculatrice électronique de poche est autorisé.*
- *Tout document et tout autre matériel électronique sont interdits.*
- *Si, au cours de l’épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d’énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit l’épreuve en expliquant les initiatives qu’il est amené à prendre.*

Tournez la page S.V.P

PARTIE A : FOCOMETRIE

I- Etude préliminaire

I-1-a- Donner la définition d'une lentille. Dans quelle(s) condition(s) la lentille est-elle dite mince.

b- Pour une lentille mince convergente, définir :
- le centre optique O,

- l'axe optique,

- le foyer objet F,

- le foyer image F',

- la vergence V, sa dimension et son unité,

- la distance focale image f'.

I-2-a- Rappeler les conditions de Gauss.

b- On considère une lentille mince convergente de centre O. Soit A' l'image d'un point A situé sur l'axe optique de la lentille. En prenant O comme origine, écrire la formule de conjugaison de la lentille en fonction de $p = \overline{OA}, p' = \overline{OA'}$ et f'.

c- En déduire que $\overline{FA}.\overline{F'A'} = -f'^2$; formule de conjugaison de Newton.

II- Méthodes focométriques

Une méthode focométrique est une méthode qui permet de déterminer les distances focales des lentilles.

1- Méthode des points conjugués

Pour une lentille convergente donnée, les variations de $1/p'$ en fonction de $1/p$ sont données sur la figure 1.

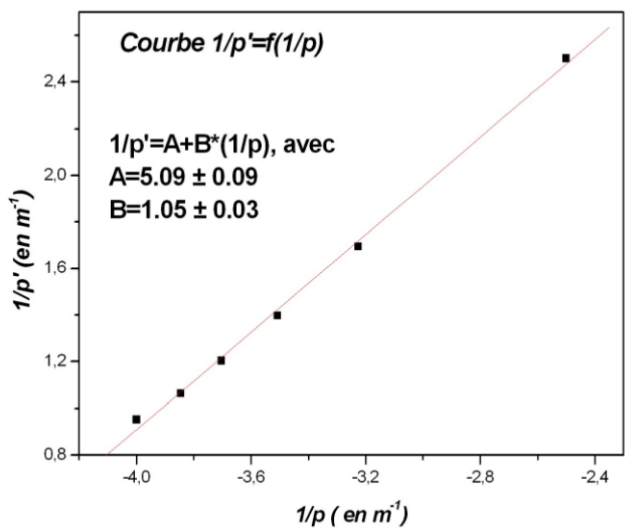

Figure 1.

Quelle est la vergence V de la lentille.

Calculer la distance focale f' de la lentille. Faire un calcul d'incertitude et encadrer la valeur de f'.

2- Méthode de Bessel

On intercale entre un objet AB et un écran E, maintenus fixes a une distance D l'un de l'autre, une lentille convergente, de distance focale f' à déterminer.

Pour cela, on déplace la lentille convergente jusqu'à obtenir une image nette sur l'écran. On note x la distance entre l'objet et la lentille correspondante.

a) Exprimer, en fonction de x et D, les quantités $p = \overline{OA}, p' = \overline{OA'}$.

b) Déterminer l'équation du second ordre vérifiée par x.

c) En déduire la condition sur D et f' pour avoir la conjugaison.
Cette condition étant assurée, exprimer les deux positions x_1 et x_2 de la lentille pour lesquelles on observe une image nette sur l'écran.

d) Exprimer la distance focale f', en fonction de D et $d = |x_2 - x_1|$
Calculer f' pour $D = 90\ cm$ et $d = 30 \pm 1\ cm$;
Faire un calcul d'incertitude et encadrer la valeur de f'.

3- Méthode de Badal

C'est une méthode focométrique de détermination expérimentale de la focale d'une lentille divergente L. Pour cela on procède en deux étapes.

1ère étape : On utilise deux lentilles convergentes L_1 et L_2 de foyers objets respectifs F_1 et F_2, et de foyers images respectifs F'_1 et F'_2.

On met un objet A sur l'axe optique au foyer objet F_1 de la première lentille L_1. Son image se trouve en $A'=F'_2$, le foyer image de L_2 (figure 2).

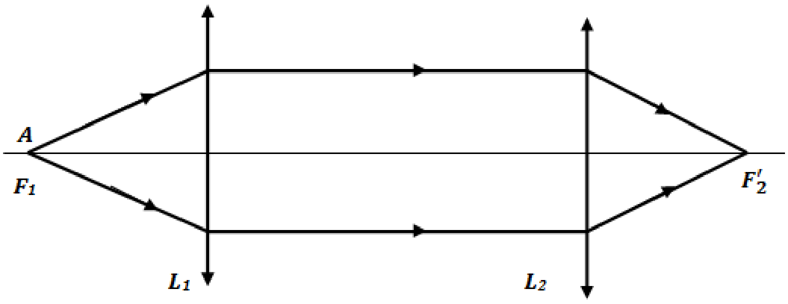

Figure 2

2ème étape : On intercale entre les deux lentilles précédentes, la lentille divergente L de focale inconnue au foyer objet de L_2. On déplace l'écran de δ jusqu'à obtenir une nouvelle image nette de A (figure 3).

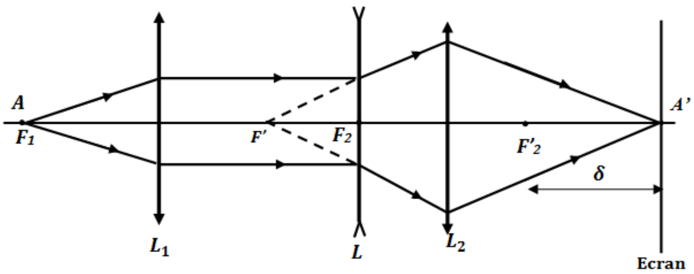

Figure 3

a- Exprimer la distance focale f'de la lentille divergente L en fonction de f'_2 et de δ.

b- Calculer f' pour et $\delta = 40 \pm 1\ cm$ et $f'_2 = 20\ cm$.

B- OPTIQUE ONDULATOIRE

I- Une source ponctuelle S est placée à une distance d = 0,5 m d'une plaque opaque et sur la médiatrice Δ de deux petits trous identiques S_1 et S_2 percés dans la plaque; on notera b la distance entre les deux trous.

La source émet un rayonnement monochromatique de longueur d'onde λ = 500 nm.

On observe la figure d'interférences sur un écran E placé à une distance D = 2 m du masque.

1- Faire un schéma en précisant la marche des rayons lumineux de la source S jusqu'au point $M(x, y)$ de l'écran ; l'axe Ox étant orienté selon $\overrightarrow{S_2S_1}$ et le point O étant l'intersection de Δ avec l'écran.

2- Déterminer l'intensité lumineuse I au point M et l'exprimer en fonction de D, b et x. Préciser la nature et l'orientation des franges d'interférences. Quelle est la valeur du contraste C de ces franges ?

3- Donner la position x_0 de la frange d'interférence d'ordre zéro.

4- Calculer la distance de séparation b entre les deux trous sachant que l'interfrange $i = 0{,}5\ mm$.

5- On déplace la source S d'une distance $a = 1\ mm$ dans le sens $\overrightarrow{S_2S_1}$.
Déterminer la nouvelle position x_0 de la frange d'ordre zéro ?

6- On se propose de ramener la frange d'ordre zéro en O en plaçant une lame de verre d'indice $n = 1{,}5$ sur l'un des deux trous, que l'on précisera.
Déterminer l'épaisseur e de la lame.

II- On dispose d'un biprisme de Fresnel, d'indice $n = 1{,}5$ et d'angle A. Il est éclairé par une fente mince très fine S, émettant une lumière monochromatique. La fente S est située à la distance $d = 10$ cm du biprisme. On observe les franges d'interférences à l'aide d'un oculaire dont le plan focal objet se trouve à une distance d' = 50 cm du biprisme (figure 4).

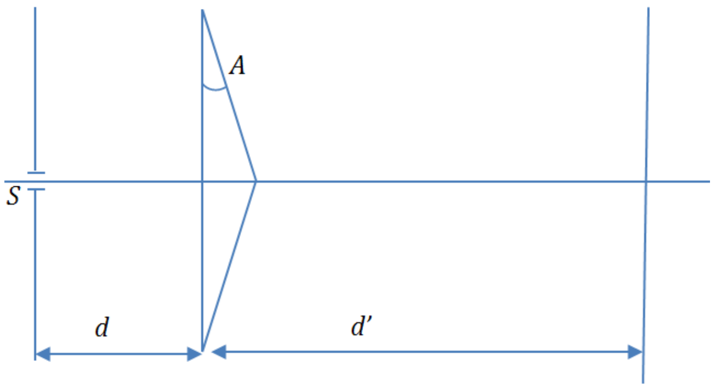

Figure 4

1- Préciser, sur la figure 4, la position des fentes secondaires S_1 et S_2, le champ d'interférences et sa largeur L sur un écran placé à la distance d' du biprisme.

2- Etablir l'expression de l'écartement $a = S_1S_2$ entre les fentes secondaires en fonction de a, n, et d.

3- Etablir les expressions de l'interfrange i et de la largeur de L du champ d'interférences en fonction de A, n, d et/ou d'.

4- On éclaire le système avec une lumière monochromatique de longueur d'onde λ = 589 nm. La mesure de la distance séparant les franges brillantes d'ordre +4 et -4, donne $l = 2{,}7\ mm$.
Calculer l'angle au sommet A des prismes. En déduire la distance a. Déterminer le nombre de franges brillantes visibles dans le champ d'interférences.

****Fin de l'épreuve****

REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

الجمـــــهـورية التونسيـــة
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

CONCOURS D'ACCES AU CYCLE PREPARATOIRE AU CONCOURS D'AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES (option : Physique).

SESSION 2018

EPREUVE DE PHYSIQUE N° 2

THERMODYNAMIQUE

Durée : 1H30 Date: Samedi 5 Mai 2018

- *L'usage d'une calculatrice électronique de poche est autorisé.*
- *Tout document et tout autre matériel électronique sont interdits.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit l'épreuve en expliquant les initiatives qu'il est amené à prendre.*

Tournez la page S.V.P

Les quatre parties **(I-, II-, III- et IV-)** ***sont indépendantes***

I- Gaz Parfait :

1) Rappeler l'équation d'état d'un gaz parfait tout en précisant les paramètres utilisés.

2) Une mole de ce gaz est enfermée dans un tube à l'aide d'une colonne de mercure de hauteur 1 cm , le gaz occupe la hauteur h_0 quand le tube est dans la position **a** (Figure 1). On renverse le tube (position **b**) et on suppose que la transformation est isotherme. La pression extérieure est la pression atmosphérique.

a) Comment doit-on opérer pour que cette transformation soit isotherme ?

b) Déterminer la nouvelle hauteur h occupée par la colonne de gaz. On rappelle que la pression atmosphérique est égale à 76 cm de mercure.

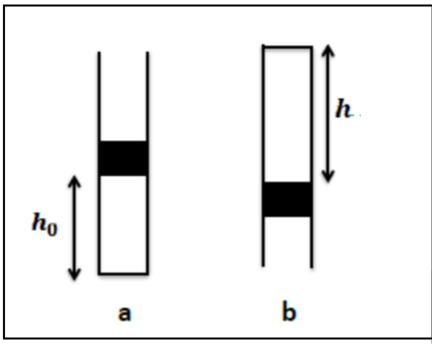

Figure 1

3) L'énergie interne d'un gaz parfait, contenant N particules, en équilibre thermique à la température T est donnée par : $U = N < e >$, où $< e >$ est l'énergie mécanique moyenne de chaque particule. On rappelle que le théorème de l'équipartition d'énergie postule que toute contribution quadratique à l'énergie relative à chaque degré de liberté vaut : $\frac{1}{2}k_BT$ où k_B est la constante de Boltzmann ; par exemple $< \frac{1}{2}mv_x^2 >= \frac{1}{2}k_BT$.

a) Déterminer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique en fonction du nombre de moles n, de la constante des gaz parfaits R et de la température T.

b) Définir la capacité thermique molaire à volume constant $C_{v,m}$ de ce gaz et l'exprimer en fonction de R.

4) On considère maintenant un gaz parfait formé de molécules diatomiques de type A—B. On suppose qu'à basse température la liaison entre les atomes A et B est rigide. On rappelle que l'énergie cinétique de rotation de la molécule est donnée par : $\frac{1}{2}J\,\omega_\Delta^2$, J étant le moment d'inertie de la molécule par rapport à un axe Δ perpendiculaire à sa liaison. On néglige la rotation de la molécule autour de l'axe de la liaison.

a) Montrer que l'énergie interne de ce gaz vaut : $U = \frac{5}{2}nRT$. En déduire la capacité thermique molaire a volume constant $C_{v,m}$ du gaz.

b) Montrer que si on tient compte de l'élasticité de la liaison (températures élevées), la capacité thermique molaire à volume constant devient $C_{v,m} = \frac{7}{2}R$.

c) La figure 2 montre les courbes expérimentales de l'évolution du rapport $\frac{C_{v,m}}{R}$ en fonction de la température pour le dihydrogène H_2 et le dichlore Cl_2 à l'état gazeux. Discuter ces courbes à la lumière des résultats trouvés précédemment. Expliquer en particulier la différence de comportement entre les deux gaz (H_2 et Cl_2).

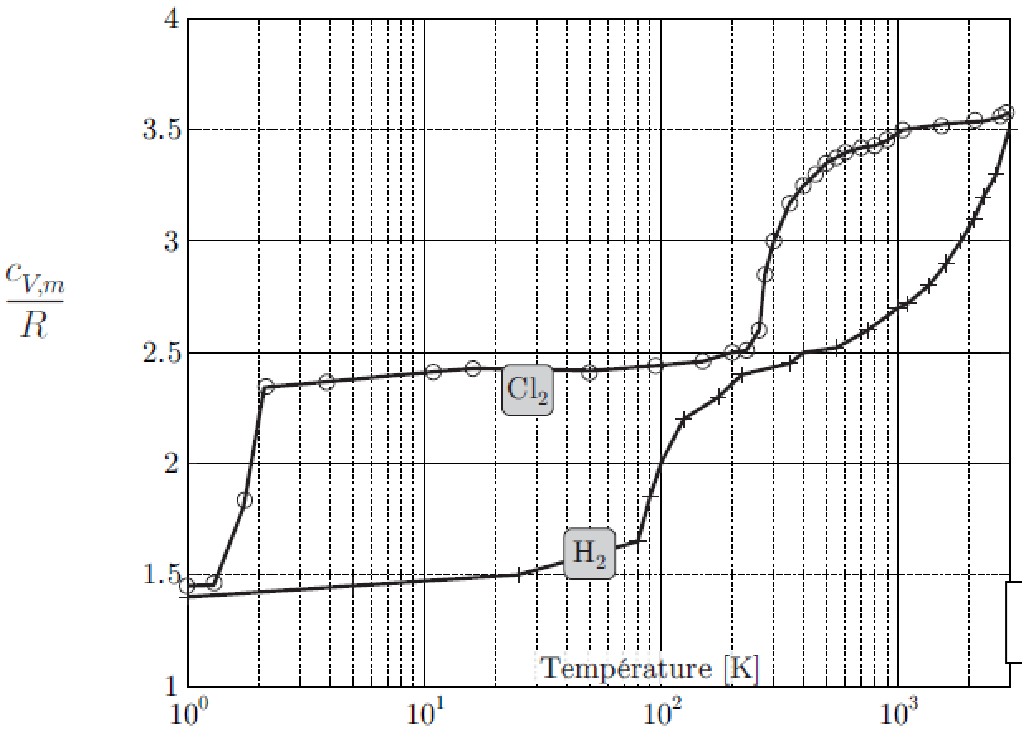

Figure 2

II- Premier principe de la thermodynamique

1) Enoncer le premier principe de la thermodynamique sous sa forme la plus générale. Pourquoi est-il souvent qualifié de principe de conservation ?

2) On considère une mole d'un gaz parfait dans un récipient au repos et subissant une transformation adiabatique quasi-statique.

On notera P, V et T respectivement la pression, le volume et la température du gaz

a) Rappeler la définition d'une transformation adiabatique quasi-statique.

b) Montrer que l'on peut décrire cette transformation par l'équation $PV^{\gamma} = constante$; on rappelle que $C_{vm} = \frac{R}{\gamma - 1}$ où γ est le coefficient de Laplace du gaz.

En déduire que : $TV^{\gamma-1} = constante$ et $T^{\gamma}P^{1-\gamma} = constante$

c) Représenter, dans le diagramme de Clapeyron (P, V), l'allure d'une transformation isotherme et celle d'une transformation adiabatique quasi-statique d'un gaz parfait d'un état A à un état B.

III- Second principe de la thermodynamique

L'énoncé le plus récent du second principe de la thermodynamique est celui de Prigogine (1955) qui postule que : pour tout système fermé, on définit une fonction d'état appelée entropie, notée S, dont la variation ΔS au cours d'une transformation où le système passe d'un état initial (i) à un état final (f) est donnée par :

$$\Delta S = S_f - S_i = S^e + S^c = \frac{Q^e}{T_0} + S^c,$$

où $S^e = \frac{Q^e}{T_0}$; Q^e étant la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur supposé en équilibre thermique à la température T_0.

Et où S^c est l'entropie crée à l'intérieur du système ; S^c est nulle si la transformation est réversible, et positive si la transformation est réelle.

1) Dans quelle mesure l'énoncé de Prigogine est-il en accord avec les deux énoncés historiques suivants :

i) L'entropie d'un système isolé ne peut que croitre.

ii) Il n'existe pas de machine thermique fonctionnant de manière cyclique avec une seule source de chaleur pouvant donner du travail en recevant de la chaleur.

2) On mélange 10 g de glace à la température -10 ^{0}C et 50 g d'eau à la température 30 ^{0}C. Le système total est supposé isolé.

a) Déterminer la température finale du mélange.

b) Calculer la variation d'entropie du système total et discuter le résultat par rapport à l'énoncé historique i) de la question 1. On donne les capacités thermiques massiques de l'eau et de la glace :

$C_p^m(eau) = 4.18\, Jg^{-1}K^{-1}$ et $C_p^m(glace) = 2.09\, Jg^{-1}K^{-1}$

La chaleur latente de fusion de la glace est : $L_f = 334.4\, Jg^{-1}$

VI- Machines thermiques dithermes

Une machine thermique ditherme est une machine qui fonctionne entre deux sources de chaleur, l'une qualifiée de chaude de température T_c et l'autre froide de température $T_f < T_c$ en échangeant les deux quantités de chaleur respectives Q_c et Q_f. Par ailleurs la machine peut échanger du travail W avec le milieu extérieur.

1) Donner le signe des quantités Q_c ,Q_f et W pour un moteur thermique, une pompe à chaleur et une machine frigorifique.

2) Pourquoi ces machines fonctionnent-elles de façon cyclique ?

3) Définir le rendement pour le moteur thermique. Trouver son expression en fonction de T_c et T_f pour un régime de fonctionnement idéal (transformation réversible). Démontrer que le rendement réel est toujours inférieur au rendement idéal.

4) On considère le moteur à combustion interne de Beau-de-Rochas où l'air, considéré comme un gaz parfait, effectue le cycle de transformations, supposé réversible, décrit par les 4 étapes suivantes :

1 → 2 : Compression adiabatique de l'état initial (P_1, V_1, T_1) à l'état (P_2, V_2, T_2).

2 → 3 : Chauffage isochore de l'état (P_2, V_2, T_2) à l'état $(P_3, V_3 = V_2, T_3)$.

3 → 4 : Détente adiabatique de l'état (P_3, V_3, T_3) à l'état $(P_4, V_4 = V_1, T_4)$.

4 → 1 : Refroidissement isochore de l'état (P_4, V_4, T_4) à l'état initial.

a) Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron (P, V). Que représente l'aire du cycle ?

b) Montrer que le rendement de ce moteur est donné par : $\rho = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$

c) En déduire qu'il peut se mettre sous la forme : $\rho = 1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma - 1}}$

où $\alpha = \frac{V_1}{V_2}$ et $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

*****Fin de l'épreuve*****